

1. Simplificar a expressão $(x+2)(x-2)(x^2+4)(x^4+16)$

$$\begin{aligned} (x+2)(x-2)(x^2+4)(x^4+16) &= (x^2-4)(x^2+4)(x^4+16) = \\ &= (x^4-16)(x^4+16) = x^8 - 256 \end{aligned}$$

2. Factorizar a expressão $x^2 + 2xy - 8y^2$

$$x^2 + 2xy - 8y^2 \Rightarrow ax^2 + bx + c \quad \text{com} \quad \begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 2y \\ c &= -8y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= \frac{-2y \pm \sqrt{(2y)^2 - 4 \times 1 \times (-8y^2)}}{2 \times 1} = \frac{-2y \pm \sqrt{4y^2 + 32y^2}}{2} = \\ &= \frac{-2y \pm \sqrt{36y^2}}{2} = \frac{-2y \pm 6y}{2} \end{aligned}$$

$$r_1 = \frac{-2y + 6y}{2} = 2y \quad r_2 = \frac{-2y - 6y}{2} = -4y$$

$$x^2 + 2xy - 8y^2 = (x - 2y) \cdot (x + 4y)$$

3. Efectue a divisão de $16x^4$ por $2x-1$

$$\begin{array}{r} 16x^4 \\ - 16x^4 \quad - 8x^3 \\ \hline 8x^3 \\ - 8x^3 \quad - 4x^2 \\ \hline 4x^2 \\ - 4x^2 \quad - 2x \\ \hline 2x \\ - 2x \quad - 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x - 1 \\ \hline 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

$$\frac{16x^4}{2x-1} = 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{2x-1}$$

4. Simplificar a expressão algébrica $\frac{4xy + 4x}{6x - 12} \cdot \frac{2 - 3x + x^2}{y^2 - 1}$

$$\frac{4xy + 4x}{6x - 12} \cdot \frac{2 - 3x + x^2}{y^2 - 1}$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

$$r_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$r_1 = 2 \quad r_2 = 1$$

$$\frac{4x(y+1)}{6(x-2)} \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(y-1)(y+1)} = \frac{2 \cdot x \cdot (x-1)}{3 \cdot (y-1)}$$

5. Resolver as expressões algébricas.

a) $\frac{x + \frac{2x}{x-2}}{1 + \frac{4}{x^2-4}} = x^2 \Rightarrow \frac{\frac{x(x-2)+2x}{x-2}}{\frac{(x^2-4)+4}{x^2-4}} = x^2 \Rightarrow \frac{\frac{x^2-2x+2x}{x-2}}{\frac{x^2}{(x-2) \cdot (x+2)}} = x^2$

$$\frac{x^2}{x+2} = x^2 \Rightarrow x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$r_{1,2} = \frac{+1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} r_1 = 2 \\ r_2 = -1 \end{cases}$$

b) $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x+1} = \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x+3} \Rightarrow \frac{5(x+1) - 5(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2(x+3) - 2(x-2)}{(x-2)(x+3)}$

$$\frac{5x+5-5x+5}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x+6-2x+4}{(x-2)(x+3)} \Rightarrow \frac{10}{(x+1)(x-1)} = \frac{10}{(x-2)(x+3)}$$

$$(x-2)(x+3) = (x+1)(x-1) \Rightarrow x^2 + x - 6 = x^2 - 1 \Rightarrow x = 5$$

6. São necessários 2 operários para montar 6 máquinas em 4 horas. Quantos operários serão necessários para montar 18 máquinas em 8 horas?

x : operários

y : máquinas

z : tempo

$$x = k \times \frac{y}{z}$$

$$2 = k \times \frac{6}{4} \Rightarrow k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3} \times \frac{18}{8} \Rightarrow x = 3 \text{ operários}$$

7. Determine o ponto de intersecção das rectas $2x - y = 4$ e $x + 2y = -3$.

$$x(-2) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$2x - y = 4$$

$$\underline{-2x - 4y = 6}$$

$$-5y = 10$$

$$\boxed{y = -2}$$

$$\longrightarrow 2x - (-2) = 4$$

$$\boxed{x = 1}$$

Ponto: $(1; -2)$

8. O Joãozinho tem 50 moedas de 1 e 2 cêntimos no seu mealheiro. Quantas moedas de cada valor tem o Joãozinho, sabendo que há 80 cêntimos no mealheiro.

x : nº de moedas de 1 ¢

y : nº de moedas de 2 ¢

$$x(-1) \begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 80 \end{cases}$$

$$x + y = 50 \longrightarrow x + 30 = 50$$

$$\underline{-x - 2y = -80}$$

$$-y = -30$$

$$\boxed{y = 30}$$

$$\boxed{x = 20}$$

9. A idade do António é igual à soma das idades do João e do Manuel. As idades do António e do Manuel somadas são o dobro da idade do João. Há vinte anos a idade do António era o dobro da idade do João. Qual a idade actual de cada um.

x : idade do António

y : " " João

z : " " Manuel

$$x = y + z$$

$$x + z = 2y$$

$$x - 20 = 2(y - 20)$$

$$\begin{array}{l}
 x(-1) \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{array} \right. \qquad \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ -x + 2y - z = 0 \\ \hline y - 2z = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ -x + 2y = 20 \\ \hline y - z = 20 \end{array} \\
 x(-1) \left\{ \begin{array}{l} x - 2y = -20 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x(-1) \left\{ \begin{array}{l} y - 2z = 0 \\ y - z = 20 \end{array} \right. \qquad \begin{array}{l} y - 2z = 0 \longrightarrow y - 2 \times 20 = 0 \\ -y + z = -20 \\ \hline -z = -20 \Rightarrow z = 20 \end{array} \qquad \boxed{y = 40}
 \end{array}$$

$$x - 40 - 20 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 60}$$

10. Determinar graficamente a soluç o do sistema

$$x + y \leq 2$$

$$3x + y \leq 4$$

sujeito  s restriç es: $x > 0$ e $y > 0$.

Marcaç o das rectas

$$\textcircled{1} \quad x + y = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \quad (0; 2); (2; 0)$$

$$\textcircled{2} \quad 3x + y = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{\frac{4}{3}} + \frac{y}{4} = 1 \quad (0; 4); \left(\frac{4}{3}; 0\right)$$

Pontos de teste: $x = 0$
 $y = 0$

Recta 1: $0 + 0 \leq 2 \Rightarrow$ Zona abaixo da recta

Recta 2: $3 \times 0 + 0 \leq 4 \Rightarrow$ Zona abaixo da recta

