

1. São necessários 2 operários para montar 6 máquinas em 4 horas. Quantos operários serão necessários para montar 18 máquinas em 8 horas?

$x$ : operários

$y$ : máquinas

$z$ : tempo

$$x = k \times \frac{y}{z}$$

$$2 = k \times \frac{6}{4} \Rightarrow k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3} \times \frac{18}{8} \Rightarrow x = 3 \text{ operários}$$

2. A força exercida pelo vento sobre uma superfície é proporcional à área da superfície e ao quadrado da velocidade do vento. A força exercida numa superfície com  $1 \text{ m}^2$ , à velocidade de  $25 \text{ km/h}$  é de  $5 \text{ kg}$ . Qual a força exercida pelo vento a  $80 \text{ km/h}$  sobre uma superfície de  $20 \text{ m}^2$ .

$f$ : força

$a$ : área

$v$ : velocidade

$$f = k \times a \times v^2$$

$$5 = k \times 1 \times 25^2 \Rightarrow k = \frac{5}{625} = \frac{1}{125}$$

$$f = \frac{1}{125} \times 20 \times 80^2 \Rightarrow f = 1204 \text{ kg}$$

3. Determine a equação da recta que passa no ponto de intersecção da recta  $2x - y = 4$  com a recta  $x + 2y = -3$  e no ponto de intersecção da recta  $x + y = 2$  com o eixo dos  $y$ .

Ponto 1:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 2x - y = 4 \quad \rightarrow \quad 2x - (-2) = 4 \\ -2x - 4y = 6 \\ \hline -5y = 10 \\ \boxed{y = -2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{x = 1} \\ \text{Ponto 1: } (1, -2) \end{array} \end{array}$$

Ponto 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 2 \\ \boxed{x = 0} \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \boxed{y = 2} \quad \text{Ponto 2: } (0, 2)$$

$$\text{Recta: } y - (-2) = \frac{-2 - 2}{1 - 0} \times (x - 1) \Rightarrow y = -4x + 2$$

4. Determine o declive da recta que passa no ponto de intersecção da curva definida pela equação  $x^2 + x - 6 = 0$  com o eixo do  $y$  e no ponto correspondente à menor raiz dessa equação.

Ponto 1:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 = y \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow y = -6$$

Ponto 1:  $(0, -6)$

Ponto 2:

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad r_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$r_1 = \frac{-1+5}{2} = 2 \quad r_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \text{ (menor raiz)} \quad \text{Ponto 2: } (-3, 0)$$

$$\text{Declive: } m = \frac{-6 - 0}{0 - (-3)} = -2$$

5. Determinar a equação da recta que cruza o eixo dos  $y$  no ponto 1 e é perpendicular à recta que cruza o eixo dos  $y$  no ponto 3 e o eixo dos  $x$  no ponto 4.

Ponto 1:  $(0, 1)$

$$\text{Recta perpendicular: } (0, 3); (4, 0) \quad m_1 = \frac{3 - 0}{0 - 4} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Declive } m = -\frac{1}{m_1} \Rightarrow m = -\frac{1}{-\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Recta: } y - 1 = \frac{4}{3} \times (x - 0) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + 1$$

6. O Joãozinho tem 50 moedas de 1 e 2 cêntimos no seu mealheiro. Quantas moedas de cada valor tem o Joãozinho, sabendo que há 80 cêntimos no mealheiro.

$x$ : nº de moedas de 1 ¢

$y$ : nº de moedas de 2 ¢

$$x \in \begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 80 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 50 \rightarrow x + 30 = 50 \\ -x - 2y = -80 \\ \hline -y = -30 \\ y = 30 \end{array} \quad \boxed{x = 20}$$

7. O triplo do dígito das dezenas de um certo número de dois dígitos é duas unidades superior ao quádruplo do dígito das unidades. A diferença entre esse número e o novo número formado pela inversão dos dígitos é o dobro da soma dos dígitos, menos 2. Determinar o número.

$x$ : dígito das dezenas

$y$ : dígito das unidades

$$\begin{cases} 3x = 2 + 4y \\ (10x + y) - (10y + x) = 2(x + y) - 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \times 7 \\ \times (-3) \end{matrix} \begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 7x - 11y = -2 \end{cases}$$

$$21x - 28y = 14$$

$$3x - 4 \times 4 = 2$$

$$-21x + 33y = 6$$

$$\boxed{x = 6}$$

$$5y = 20$$

$$\boxed{y = 4}$$

Número: 64

8. A idade do António é igual à soma das idades do João e do Manuel. As idades do António e do Manuel somadas são o dobro da idade do João. Há vinte anos a idade do António era o dobro da idade do João. Qual a idade actual de cada um.

$x$ : idade do António

$$x = y + z$$

$y$ : " " João

$$x + z = 2y$$

$z$ : " " Manuel

$$x - 20 = 2(y - 20)$$

$$\begin{array}{l} x(-1) \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{array} \right. \\ x(-1) \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ x - 2y = -20 \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ -x + 2y - z = 0 \\ \hline y - 2z = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ -x + 2y = 20 \\ \hline y - z = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x(-1) \left\{ \begin{array}{l} y - 2z = 0 \\ y - z = 20 \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} y - 2z = 0 \longrightarrow y - 2 \times 20 = 0 \\ -y + z = -20 \\ \hline -z = -20 \Rightarrow \boxed{z = 20} \end{array} \quad \boxed{y = 40}$$

$$x - 40 - 20 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 60}$$

9. Resolver o sistema:  $x + 2y + 3z = 4$   
 $2x + 3y + z = 5$   
 $3x + y + 2z = 6$

$$\begin{array}{l} \times(-2) \\ \times(-3) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 3x + y + 2z = 6 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -2x - 4y - 6z = -8 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ -y - 5z = -3 \\ y + 5z = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} -3x - 6y - 9z = -12 \\ 3x + y + 2z = 6 \\ -5y - 7z = -6 \\ 5y + 7z = 6 \end{array}$$

$$\times(-5) \left\{ \begin{array}{l} y + 5z = 3 \\ 5y + 7z = 6 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -5y - 25z = -15 \\ 5y + 7z = 6 \\ -18z = -9 \\ z = \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} y + 5 \times \frac{1}{2} = 3 \\ y = 3 - \frac{5}{2} \\ y = \frac{6-5}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$x + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$x + 1 + \frac{3}{2} = 4 \Rightarrow x = 3 - \frac{3}{2} = \frac{6-3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

10. Determinar graficamente a solução do sistema

$$x + y \leq 2$$

$$3x + y \leq 4$$

sujeito às restrições:  $x > 0$  e  $y > 0$ .

Marcação das rectas

$$\textcircled{1} \quad x + y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \quad (0; 2); (2; 0)$$

$$\textcircled{2} \quad 3x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{\frac{4}{3}} + \frac{y}{4} = 1 \quad (0; 4); (\frac{4}{3}; 0)$$

Pontos de teste:  $x=0$   
 $y=0$

Recta 1:  $0 + 0 \leq 2 \Rightarrow$  Zona abaixo da recta

Recta 2:  $3 \times 0 + 0 \leq 4 \Rightarrow$  Zona abaixo da recta

