1. Simplificar a expressão $(2x-2)(x^2+x+1)$

$$(2x-2)\cdot(x^2+x+1) = 2(x-1)(x^2+x+1) = 2\cdot(x^3-1)$$

2. Factorizar a expressão $8x^2+18x-5$

$$8x^2+18x-5=0 \Rightarrow r_{1,2} = \frac{-18\pm\sqrt{18^2-4\times8\times(-5)}}{2\times8} = \frac{-18\pm22}{16}$$

$$r_1 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \qquad r_2 = -\frac{40}{16} = -\frac{5}{2}$$

$$8x^2+18x-5 = 8\left(x-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(x+\frac{5}{2}\right) = 2(4x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right) = (4x-1)(2x+5)$$

3. Efectue a divisão de x^4-x^2+1 por $x-1$

$$\begin{array}{rrrr|l} x^4 & & -x^2 & +1 & x-1 \\ \cline{5-5} -\;x^4 & -x^3 & & & x^3+x^2 \\ \hline & x^3 & -x^2 & & \\ - & x^3 & -x^2 & & \\ \cline{2-3} & & 0 & +1 & \end{array}$$

$$\frac{x^4-x^2+1}{x-1} = x^3+x^2+\frac{1}{x-1}$$

4. Simplificar a expressão algébrica $\dfrac{x^2-4xy+3y^2}{x^2-y^2}$

$$x^2-4xy+3y^2=0$$

$$r_{1,2} = \frac{-(-4y)\pm\sqrt{(4y)^2-4\times1\times3y^2}}{2\times1}$$

$$= \frac{4y\pm\sqrt{16y^2-12y^2}}{2} = \frac{4y\pm\sqrt{4y^2}}{2}$$

$$= \frac{4y\pm2y}{2} \qquad r_1 = 3y, \quad r_2 = y$$

$$x^2-4xy+3y^2 = (x-3y)\cdot(x-y)$$

$$\frac{x^2-4xy+3y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x-3y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x-3y}{x+y}$$

5. Resolver as expressões algébricas

a) $$\frac{\frac{1}{x}-2}{\frac{1}{x^2}-4}=\frac{x}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{x}-2}{\frac{1}{x^2}-4}=\frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1-2x}{x}}{\frac{1-4x^2}{x^2}}=\frac{x}{2} \Rightarrow \frac{(1-2x)\cdot\cancel{x^2}}{\cancel{x}(1-4x^2)}=\frac{\cancel{x}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1-2x}{(1-2x)\cdot(1+2x)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1+2x}=\frac{1}{2} \Rightarrow 1+2x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

b) $$\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=x^2-3$$

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=x^2-3 \Rightarrow \frac{\frac{x^2-1}{x}}{\frac{x+1}{x}}=x^2-3 \Rightarrow \frac{(x^2-1)\cdot\cancel{x}}{\cancel{x}\cdot(x+1)}=x^2-3 \Rightarrow$$

$$\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}=x^2-3 \Rightarrow x-1=x^2-3 \Rightarrow x^2-x-2=0$$

$$r_{1,2}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{1\pm3}{2} \Rightarrow r_1=2 \ , \ r_2=-1$$

6. Escreva uma equação para a afirmação: a velocidade de um fluido numa tubagem varia directamente com o caudal e inversamente com o quadrado do diâmetro da tubagem.

v: velocidade

c: caudal

d: diâmetro

$$v=k\cdot\frac{c}{d^2}$$

7. Determine o ponto de intersecção das rectas $x-2y=-1$ e $3y-2x=2$.

$$(\times2)\begin{cases} x-2y=-1 \\ -2x+3y=2 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} 2x-4y=-2 \\ -2x+3y=2 \\ \hline -y=0 \\ \boxed{y=0} \end{array} \qquad \rightarrow \quad \begin{array}{c} 2\cdot x-4\times0=-2 \\ \boxed{x=-1} \end{array}$$

8. Determine a equação da recta que passa pelo ponto (4, 6) e é perpendicular à recta $2x - y = 8$.

$2x - y = 8 \Rightarrow y = 2x - 8$: declive $m' = 2$

Declive da recta perpendicular: $m = -\frac{1}{m'}$ $m = -\frac{1}{2}$

$y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 8$

9. Resolver o sistema: $x + y + 2z = 3$

$3x - y + z = 1$

$2x + 3y - 4z = 8$

$$\begin{array}{l} \times(-3) \\ \times(-2) \end{array} \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -3x - 3y - 6z = -9 \\ 3x - y + z = 1 \\ \hline -4y - 5z = -8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -2x - 2y - 4z = -6 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \\ \hline y - 8z = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \\ (\times 4) \end{array} \begin{cases} -4y - 5z = -8 \\ y - 8z = 2 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} -4y - 5z = -8 \\ 4y - 32z = 8 \\ \hline -37z = 0 \end{array}$$

$\boxed{z = 0}$

$\longrightarrow -4y - 5 \times 0 = -8 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

$x + 2 + 2 \times 0 = 3$

$\boxed{x = 1}$

10. Determinar graficamente a solução do sistema $-x + y \leq 4$

$3x + y \geq 4$

sujeito às restrições: $0 \leq x \leq 5$ e $1 \leq y \leq 8$.

Marcação das rectas

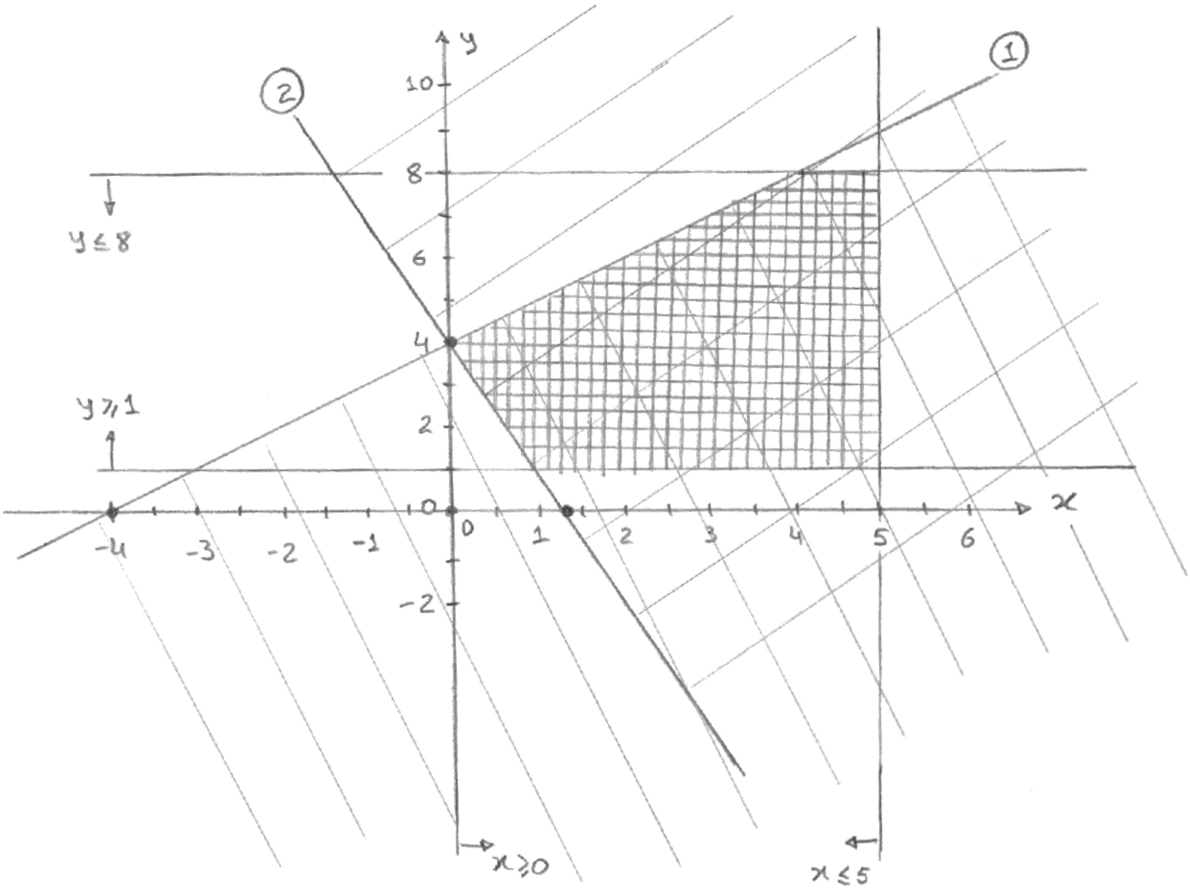
① $-x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{-4} + \frac{y}{4} = 1$ Pontos $(-4;0)$ e $(0;4)$

② $3x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{\frac{4}{3}} + \frac{y}{4} = 1$ Pontos $(\frac{4}{3};0)$ e $(0;4)$

Pontos de teste: $x = 0$; $y = 0$

Recta 1: $-0 + 0 \leq 4 \Rightarrow$ Zona abaixo da recta

Recta 2: $3 \times 0 + 0 \geqslant 4 \Rightarrow$ Zona acima da recta



y
x
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
1
2
y ≤ 8
y ≥ 1
x ≥ 0
x ≤ 5